

# **TERMINALES S1 et S3**

## INTRODUCTION GENERALE

Ce programme est destiné aux classes de Terminales S1 et S3 L'horaire hebdomadaire de ces classes est de 9 heures

Outre les nombres complexes, les systèmes d'équations linéaires, les suites numériques, les fonctions numériques, le calcul intégral, les équations différentielles, la géométrie plane et la géométrie dans l'espace, il comporte les probabilités, les courbes planes et l'arithmétique.

Tous ces thèmes, dont certains ont été déjà vus en Première, seront introduits à partir de nombreuses activités permettant d'investir des outils plus ou moins éprouvés que l'on affinera au fur et à mesure selon des méthodes spécifiques indiquées dans le programme pour atteindre les objectifs assignés.

Le résultat de l'enseignement de chaque chapitre s'évaluera selon des compétences exigibles bien définies en rapport avec un contenu bien spécifié. Les commentaires appropriés permettront de cerner les définitions, les théorèmes dans leurs énoncés et dans leur admission ou leur démonstration.

D'une manière générale, l'introduction d'une notion par la théorie est vivement déconseillée. Il sera souvent fait appel à l'expérience scientifique de l'élève et aux problèmes des autres disciplines pour décloisonner l'enseignement des mathématiques.

À la fin de l'étude de chaque chapitre, il est recommandé de faire la synthèse en revenant sur les outils, les méthodes et les compétences exigibles et d'étendre leur champ d'application.

La nouveauté de ce programme de Terminale S1S3 résulte dans la réintroduction de l'Arithmétique. Elle concerne l'étude des entiers naturels et des entiers relatifs dont une connaissance pratique a été faite dans les classes du premier cycle. Il s'agira d'étendre et d'approfondir ces connaissances par l'introduction des congruences et l'étude des systèmes de numération dont les applications sont nombreuses en informatique.

Ce programme ouvre des perspectives intéressantes pour la préparation aux études supérieures.

## PROBABILITÉS.

Pour introduire la notion de probabilité, on s'appuiera essentiellement sur l'observation statistique dans des cas simples et les stabilités de fréquence qui s'en dégagent. À travers quelques expériences aléatoires simples, on introduira la notion d'espace probabilisé en donnant la définition axiomatique de la probabilité. On s'attachera en introduction à faire l'historique de la naissance des probabilités et à montrer leur importance actuelle dans pratiquement tous les secteurs de la vie moderne.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
Événements, événements élémentaires, événements incompatibles, événements contraires. Réunion et intersection de deux événements. Probabilité d'un événement. Cas d'équiprobabilité. Probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle. Indépendance de deux événements. Formule des probabilités totales. Probabilité produit. Variables aléatoires : loi de probabilité, espérance mathématique, variance, écart-type, fonction de répartition. Expériences successives : épreuve de Bernouilli. Distribution binomiale.	On définira la probabilité d'un événement comme étant un réel de l'intervalle $[0, 1]$ tel que : <ul style="list-style-type: none"> <li>• la probabilité de l'événement certain <math>\Omega</math> est 1, celle de l'événement impossible <math>\emptyset</math> est 0.</li> <li>• Si <math>A_1, A_2, \dots, A_n</math> sont des événements deux à deux disjoints, la probabilité de l'événement <math>A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n</math> est la somme des probabilités de chacun des événements <math>A_1, A_2, A_3, \dots, A_n</math>.</li> </ul> En particulier : la probabilité d'un événement est la somme des probabilités des événements élémentaires qui le composent. Formule des probabilités totales : Étant donnés des événements $B_1, B_2, \dots, B_n$ constituant une partition de $\Omega$ , pour tout événement $A$ , $p(A) = \sum_{i=1}^n p(A \cap B_i)$	Utiliser dans la résolution des problèmes : <ul style="list-style-type: none"> <li>– la probabilité d'un événement ou d'une réunion d'événements.</li> <li>– La probabilité conditionnelle d'un événement par rapport à un événement de probabilité non nulle.</li> <li>– la formule des probabilités totales.</li> <li>– l'indépendance de deux événements.</li> </ul> _ Déterminer la loi de probabilité d'une variable aléatoire. _ Calculer l'espérance, la variance et l'écart type d'une variable aléatoire. _ Déterminer et représenter la fonction de répartition d'une variable aléatoire. _ Connaître et utiliser la loi binomiale.

## ALGÈBRE.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<b>I) NOMBRES COMPLEXES</b> L'introduction des nombres complexes est l'occasion de donner un bref aperçu historique de l'évolution du concept de nombre. En plus de leur intérêt algébrique, les nombres complexes fournissent des outils pour la trigonométrie et l'étude des configurations géométriques planes.		
Présentation de l'ensemble $C$ des nombres complexes ; <ul style="list-style-type: none"> <li>partie réelle, partie imaginaire</li> <li>nombres complexes conjugués</li> <li>notations : <math>\operatorname{Re}(z)</math>, <math>\operatorname{Im}(z)</math>, <math>\bar{z}</math>.</li> </ul> Représentation géométrique ; image d'un nombre complexe, affixe d'un point, d'un vecteur. <p>Module,</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>module d'un produit,</li> <li>inégalité triangulaire.</li> </ul> Argument d'un nombre complexe non nul. <ul style="list-style-type: none"> <li>Notation <math>r e^{i\theta}</math></li> <li>Relation <math>e^{ix} \cdot e^{ix'} = e^{i(x+x')}</math></li> <li>application à la trigonométrie ;</li> <li>formule de Moivre.</li> </ul> Racines carrées, racines $n$ -ièmes d'un nombre complexe ; interprétation géométrique des racines $n$ -ièmes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>On admettra l'existence de <math>\mathcal{C}</math> présenté comme prolongement de <math>\mathbb{R}</math>. On définira l'addition et la multiplication dans <math>C</math> et on mettra en évidence la structure de corps de <math>(\mathcal{C}, +, *)</math> en établissant directement les propriétés.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Déterminer les différentes écritures d'un nombre complexe : algébrique, trigonométrique, exponentielle.</li> <li>Interpréter le module et l'argument de <math>z_A - z_B</math> et <math>\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}</math> dans des problèmes de distance (méthode analytique et géométrique) et des problèmes d'angles (alignement, cocyclicité). Connaître et utiliser les formules d'Euler :  <math display="block">\cos \theta = \frac{1}{2}(e^{i\theta} + e^{-i\theta});</math> <math display="block">\sin \theta = \frac{1}{2i}(e^{i\theta} - e^{-i\theta}).</math> </li> <li>Connaître et utiliser les formules de Moivre et du binôme de Newton.</li> <li>Déterminer et interpréter géométriquement les racines <math>n^{\text{ièmes}}</math> d'un nombre complexe non nul</li> <li>Transformer <math>p \cos(x) + q \sin(x)</math> où <math>p</math> et <math>q</math> sont des réels.</li> <li>Résoudre <math>p \cos(x) + q \sin(x) = r</math> où <math>p, q</math> et <math>r</math> sont des réels.</li> <li>Résoudre des équations du <math>2^{\text{nd}}</math> degré dans <math>C</math>.</li> </ul>
Suite géométrique $(z^n)$ , $z \in C$ . <ul style="list-style-type: none"> <li>Transformation de <math>1 + z + z^2 + \dots + z^n</math>.</li> <li>Application à la trigonométrie.</li> </ul> Transformation de $p \cos x + q \sin x$ [(par $p + iq = re^{ix}$ )].	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cette partie sur les suites se traitera en travaux dirigés.</li> </ul>	

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<p>Résolution des équations du second degré dans <math>\mathbb{C}</math> et d'équations s'y ramenant.</p> <p>Conversion de produits d'expressions trigonométriques en somme et inversement.</p> <p>Exemples de linéarisation de polynômes trigonométriques et de mise en oeuvre de la formule de Moivre.</p> <p>Application de <math>\mathbb{C}</math> dans <math>\mathbb{C}</math> :</p> <p><math>z \mapsto z + z_0</math> ; <math>z \mapsto az</math> ;</p> <p><math>z \mapsto e^{i\theta}z</math> ; <math>z \mapsto az + z_0</math> <math>z_0 \in \mathbb{C}</math>, <math>a \in \mathbb{C}</math>, <math>\theta \in \mathbb{R}</math>.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>On se bornera, dans la linéarisation à des exposants peu élevés : <math>n \leq 5</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Linéariser un polynôme trigonométrique (degré <math>\leq 5</math>).</li> <li>Résoudre une équation du 3<sup>ème</sup> degré connaissant une racine.</li> <li>Utiliser, dans la résolution de problèmes de géométrie, les applications de <math>\mathbb{C}</math> dans <math>\mathbb{C}</math> :  <math>z \mapsto z + z_0</math> ; <math>z \mapsto az</math> ;  <math>z \mapsto e^{i\theta}z</math> ; <math>z \mapsto az + z_0</math>  <math>z_0 \in \mathbb{C}</math>, <math>a \in \mathbb{C}</math>, <math>\theta \in \mathbb{R}</math>.</li> </ul>
<b>II ARITHMÉTIQUE.</b>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>Diviseurs d'un entier - Multiples d'un entier relatif.</li> <li>Nombres premiers et décomposition d'un entier naturel en produit de facteurs premiers.</li> <li>PGCD - PPCM de plusieurs entiers.</li> <li>Théorème de Gauss - Identité de Bezout.</li> <li>Division euclidienne dans <math>\mathbb{IN}</math> et dans <math>\mathbb{Z}</math>.</li> <li>Algorithme d'Euclide.</li> <li>Système de numération à base dix, à base deux, à base cinq, à base seize.</li> <li>Congruence modulo <math>n</math>.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>La démonstration de ces théorèmes pourra se faire mais n'est pas exigée.</li> <li>On pourra utiliser le Petit Théorème de Fermat : Soit <math>p</math> un nombre premier, pour tout élément entier naturel non nul <math>x</math>, on a :  <math>x^p \equiv x \pmod{p}</math>.</li> <li>On entrainera les élèves à écrire un nombre dans un système de numération à base donnée</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Décomposer un entier en produit de facteurs premiers.</li> <li>Déterminer le PPCM de plusieurs entiers.</li> <li>Déterminer le PGCD de plusieurs entiers.</li> <li>Résoudre dans <math>\mathbb{Z}</math> des équations du type <math>ax + by = c</math> où <math>a</math>, <math>b</math> et <math>c</math> sont des entiers naturels.</li> <li>Utiliser les congruences pour résoudre des problèmes d'arithmétique.</li> </ul>

## ANALYSE.

<b>I- SUITES NUMÉRIQUES.</b>		
<p>Le programme se place dans le cadre des suites définies pour tout entier naturel. On remarquera que les notions et résultats s'étendent sans changement au cas des suites définies à partir d'un certain rang. Pour la convergence, il est demandé de ne pas insister sur les définitions par <math>(\varepsilon, N)</math> et <math>(A, N)</math>.</p>		
<b>Contenus</b>	<b>Commentaires</b>	<b>Compétences exigibles</b>
<p><b>1) Rappels et compléments.</b> Suites croissantes, décroissantes, monotones, périodiques, suites bornées. Limite d'une suite. Énoncés de comparaison :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si, à partir d'un certain rang, <math>X_n \geq U_n</math> et si <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = +\infty</math>, alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} X_n = +\infty</math></li> <li>• Si, à partir d'un certain rang, <math> x_n - L  \leq U_n</math> et si <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 0</math>, alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} X_n = L</math></li> <li>• Si, à partir d'un certain rang, <math>X_n \leq Y_n</math> et si <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} X_n = L</math> et <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} Y_n = L'</math>, alors <math>L \leq L'</math>.</li> <li>• Si, à partir d'un certain rang, <math>U_n \leq X_n \leq V_n</math> et si <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = L</math>, alors <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} X_n = L</math>.</li> </ul> <p><b>2) Opérations sur les limites :</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une racine carrée.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Les premiers éléments ont été mis en place en première (croissance, décroissance, monotonie, périodicité, limites). Il s'agira de donner aux élèves des activités où ils feront fonctionner les acquis de première.</li> <li>• Pour l'étude de la monotonie et l'obtention de majoration ou de minoration, on entraînera les élèves à exploiter la variation des fonctions, et sur des exemples simples, le raisonnement par récurrence.</li> <li>• L'objectif principal est d'apprendre aux élèves à mettre en oeuvre les résultats de ce paragraphe pour la recherche de limites sur des exemples simples. On mettra en valeur la signification intuitive de ces résultats et on soulignera leur commodité à travers l'étude de quelques exemples adéquats.</li> <li>• Les énoncés relatifs aux opérations couvrent à la fois le cas des limites finies et celui des limites infinies. Les cas d'indétermination sans indication de méthode sont en dehors du programme.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser le raisonnement par récurrence dans l'étude des suites.</li> <li>• Étudier le sens de variation d'une suite.</li> <li>• Majorer ou minorer une suite.</li> <li>• Démontrer qu'une suite est convergente.</li> <li>• Étudier le cas particulier où la suite est du type <math>U_{n+1} = f(U_n)</math> où <math>f</math> est une fonction continue</li> <li>• Représenter graphiquement une suite.</li> <li>• Conjecturer le comportement d'une suite à partir de la calculatrice ou de la représentation graphique..</li> </ul>

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Image d'une suite par une fonction : étant donné une fonction <math>f</math> définie et continue sur un intervalle <math>I</math> et une suite <math>(U_n)</math> de points de <math>I</math>, si <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = L</math> et <math>\lim_{x \rightarrow L} f(x) = a</math> (<math>L</math> et <math>a</math> fini ou non) alors : <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} f(U_n) = a</math>.</li> <li>• Toute suite croissante (resp. décroissante) et majorée (resp. minorée) converge.</li> <li>• Suites de référence : Limite et comparaison des comportements des suites : <math>\ln(n)</math> ; <math>(a^n)</math> ; <math>(n^\alpha)</math>, <math>a</math> réel strictement positif, <math>\alpha</math> réel.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cet énoncé, condensé pour favoriser la mémorisation, recouvre plusieurs cas qu'il convient de distinguer clairement et d'illustrer à l'aide d'exemples ; l'introduction de la droite numérique achevée est hors programme.</li> <li>• Les suites de références sont à traiter en relation avec l'étude correspondante pour les fonctions. On enrichit ici le tableau des suites de référence introduit en première, afin d'élargir le champ d'étude du comportement asymptotique des suites.</li> </ul>	
<p><b>II- FONCTIONS NUMÉRIQUES.</b></p> <p><b>1) Limites et continuité.</b></p> <p>Courbes asymptotes. Raccordement de fonctions.</p> <p>Limite de fonctions composées. Continuité de la bijection et sa réciproque.</p> <p>Image d'un intervalle par une fonction continue. Théorème des valeurs intermédiaires.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• On étudiera les théorèmes de comparaison sur les limites. On s'intéressera particulièrement au cas des fonctions monotones bornées.</li> <li>• On fera l'étude systématique de la détermination d'une droite asymptote à une courbe.</li> <li>• Théorème admis : Pour tout triplet <math>(a,b,l)</math> de <math>\mathbb{R}^3</math>, si <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b</math> et <math>\lim_{y \rightarrow b} g(y) = l</math> alors <math>\lim_{x \rightarrow a} g \circ f(x) = l</math></li> <li>• L'image <math>f(I)</math> d'un intervalle fermé borné <math>I</math> (ou segment) par une fonction continue sur <math>I</math> est un intervalle fermé borné.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer des asymptotes à une courbe.</li> <li>• Démontrer qu'une fonction <math>f</math> est une bijection d'un intervalle <math>I</math> sur un intervalle <math>J</math>.</li> <li>• Construire la courbe représentative d'une fonction réciproque.</li> <li>• Encadrer <math>x_0</math> solution de l'équation <math>f(x) = 0</math>.</li> <li>• Déterminer la limite de la fonction composée de deux fonctions.</li> <li>• Démontrer la continuité d'une</li> </ul>

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
	<ul style="list-style-type: none"> <li>On étudiera des fonctions dont l'expression n'est pas explicitée (équation fonctionnelle)</li> </ul>	fonction en la décomposant en fonctions continues.
<p><b>2) Dérivation.</b>  Compléments sur les fonctions dérivées.  Théorème de la dérivée d'une fonction composée de fonctions dérivables.  Théorème sur la fonction dérivée de la réciproque d'une fonction dérivable strictement monotone de dérivée non nulle.  Théorème des accroissements finis (admis) :  f étant une fonction définie et continue sur ]a,b] et dérivable sur ]a, b[, il existe au moins un réel c de ]a, b[ tel que</p> $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ <p>Théorème du prolongement de la dérivée : Si f est continue sur [a,b] et dérivable sur ]a, b[ et si <math>\lim_{x \rightarrow a} f'(x) = l</math>, alors f est dérivable à droite en a et a pour dérivée le réel l  Inégalité des accroissements finis.  Dérivées successives.  Dérivées successives de quelques fonctions simples  <math>x \mapsto \sin x</math> ; <math>x \mapsto \cos x</math> ;  <math>x \mapsto e^x</math></p> <p><b>3) Application à l'étude des fonctions.</b>  Fonctions rationnelles.  Fonctions irrationnelles.  Fonctions trigonométriques.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Il s'agit de déterminer et de consolider la notion de dérivée, de l'étendre à la composée de deux fonctions dérivables et de l'utiliser dans l'étude des variations d'une fonction.</li> <li>S'assurer que l'élève maîtrise toutes les opérations de dérivation vues en 1<sup>ère</sup>.</li> <li>Insister sur la signification des notations  <math>g[f(x)](g \circ f)'(x) = g'[f(x)] \cdot f'(x)</math>  Préciser les termes de la relation  <math>(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'[f^{-1}(x)]}</math></li> <li>S'assurer que l'élève reconnaît les conditions nécessaires d'application de ces théorèmes de l'inégalité des accroissements finis.</li> <li>Il s'agit de montrer que l'opération de dérivation d'une fonction peut se poursuivre plusieurs fois.</li> <li>En relation avec les autres disciplines montrer l'intérêt de ces</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Calculer la dérivée de la composée de deux fonctions dérivables.</li> <li>Calculer la dérivée de la fonction réciproque d'une fonction bijective dérivable.</li> <li>Utiliser la formule des accroissements finis.</li> <li>Utiliser l'inégalité des accroissements finis.</li> <li>Calculer la dérivée seconde, tierce d'une fonction simple.</li> <li>Calculer la dérivée n-ième de <math>\sin x</math>, <math>\cos x</math>, <math>e^x</math></li> <li>Représenter graphiquement les fonctions citées dans le programme.</li> <li>Connaître et utiliser les limites suivantes :  <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty</math> ;  <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha \cdot e^{-x} = 0</math>  Si <math>\alpha &gt; 0</math>, <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} = 0</math> et  <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} X^\alpha \cdot \ln X = 0</math></li> </ul>



Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<p>Fonction logarithme népérien. Fonction exponentielle népérienne. Fonction puissance. Fonctions composées des fonctions ci-dessus. Croissance comparée de fonctions.</p> <p><b>III- CALCUL INTÉGRAL.</b></p> <p><b>1. Intégrale d'une fonction sur un segment.</b> Définition. Interprétation géométrique de l'intégrale.</p> <p><b>2. Propriétés de l'intégrale.</b> Linéarité. Relation de Chasles. Positivité. Intégration et inégalité. Inégalité de la moyenne. Valeur moyenne d'une fonction.</p> <p><b>3. Techniques de calcul de l'intégrale.</b> Intégration par parties. Intégration de produits et de puissances de fonctions trigonométriques. Changement de variables.</p> <p><b>4. Application de l'intégration.</b> Obtention d'encadrement à l'aide d'intégrales. Méthode de calcul de valeurs approchées d'intégrales. Calcul d'éléments physiques à l'aide du calcul intégral.</p>	<p>calculs sur des exemples simples.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La fonction exponentielle de base <math>a</math>, <math>a \in \mathbb{R}^*_{+} - \{1\}</math> et la fonction logarithme de base <math>a</math> seront introduites par</li> </ul> $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a} \text{ et}$ $a^x = e^{x \ln a}.$ <p><math>f</math> étant une fonction continue sur un intervalle <math>I</math> contenant un point <math>a</math>, la fonction</p> $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$ est l'unique primitive de $f$ sur $I$ prenant la valeur 0 au point $a$ . Dans l'étude du calcul intégral, on mettra en valeur les interprétations graphiques (en termes d'aires) de nombreux résultats : relation de Chasles, intégration et inégalités. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Seuls les changements de variables affines sont exigibles à l'examen.</li> <li>• Utilisation du calcul intégral pour l'obtention d'encadrements de fonctions.</li> </ul> <p>Méthode des rectangles, des trapèzes, des tangentes. • Calcul d'aires planes, de volumes en précisant les unités utilisées.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer l'aire d'un domaine plan.</li> <li>• Utiliser les propriétés de l'intégrale dans la résolution de problèmes.</li> <li>• Maîtriser les techniques de calcul intégral au programme.</li> </ul>

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<p><b>IV- ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES.</b> Résolution de l'équation homogène du premier ordre.</p> <p>Résolution de l'équation homogène du second ordre : recherche de solutions à l'aide de l'équation caractéristique</p> <p>Exemples de résolution d'une équation différentielle linéaire avec second membre du premier ordre à coefficients constants.</p> <p>Exemples de résolution d'une équation différentielle du second ordre à coefficients constants avec un second membre de la forme <math>A \cos \alpha t + B \sin \alpha t.</math></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• L'introduction pourra se faire par l'équation <math>f' = kf</math></li> <li>• L'existence et l'unicité de la solution vérifiant des conditions initiales données seront admises.</li> <li>• En relation avec l'enseignement des sciences physiques (mécanique du point, circuits électriques. on étudiera quelques exemples simples satisfaisant à une loi d'évolution et à une condition initiale, afin de mettre en évidence certains phénomènes physiques (amortissement, oscillation.)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre une équation différentielle linéaire homogène du premier ordre à coefficients constants.</li> <li>• Résoudre une équation différentielle linéaire homogène du second ordre à coefficients constants.</li> </ul>

# GÉOMÉTRIE.

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<p><b>GÉOMÉTRIE PLANE.</b></p> <p><b>1) Calculs barycentriques.</b>            Etude des fonctions :</p> <p>1) <math>M \mapsto \sum_{i=1}^n \alpha_i \overrightarrow{MA_i}; \alpha_i \text{ réel.}</math></p> <p>2) <math>M \mapsto \sum_{i=1}^n \alpha_i \ \overrightarrow{MA_i}\ ^2; \alpha_i \text{ réel.}</math></p> <p>Applications affines :            conservation du barycentre.            Images d'ensembles de points.</p> <p><b>2) Géométrie plane.</b>            Points cocycliques.            Rappels et compléments sur les isométries.            Similitudes directes planes            Triangles directement semblables.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Donner des exemples d'applications ne conservant pas le barycentre.</li> <li>• On pourra parler des applications linéaires associées sans trop s'y étendre.</li> </ul> <p>On montrera que les isométries sont des applications affines conservant le barycentre.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ces rappels se feront au travers d'exercices de démonstration, de constructions géométriques et de recherche de lieux géométriques.</li> <li>• Les similitudes pourront être étudiées en rapport avec les nombres complexes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Etablir la formule réduite des expressions <math>\sum_{i=1}^n \alpha_i \overrightarrow{MA_i}</math> et <math>\sum_{i=1}^n \alpha_i \ \overrightarrow{MA_i}\ ^2</math> et les utiliser dans la résolution de problèmes.</li> <li>• Utiliser les propriétés des applications affines pour faire des démonstrations.</li> <li>• Déterminer et représenter les lignes de niveau</li> </ul> $(\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB}) = \alpha$ <p>(modulo <math>2\pi</math>) ou            (mod <math>2\pi</math>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Démontrer que quatre points sont cocycliques.</li> <li>• Déterminer l'image d'une figure simple par une similitude.</li> <li>• Déterminer une similitude et ses éléments caractéristiques.</li> <li>• Étudier une similitude donnée par son expression complexe.</li> <li>• Décomposer une similitude.</li> <li>• Utiliser les critères de similitude de triangles dans des résolutions de problèmes.</li> </ul>

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<p><b>GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE.</b></p> <p><b>I) PRODUIT VECTORIEL - PRODUIT MIXTE.</b></p> <p><b>1) Orientation de l'espace.</b> Repères orthonormaux directs, indirects.</p> <p><b>2) Produit vectoriel :</b> Définition - Notation. Propriétés. Expression analytique dans un repère orthonormé directe</p> <p><b>3) Produit mixte de trois vecteurs :</b> Définition Notation Expression analytique dans une base orthonormale</p> <p><b>II) TRANSFORMATIONS ELEMENTAIRES DE L'ESPACE.</b> Translations. Homothéties. Réflexions par rapport à un plan. Rotation autour d'un axe. : définition , rotation induite</p> <p>Demi-tour autour d'un axe D ou symétrie d'axe D. Composition de deux réflexions par rapport à des plans sécants ou parallèles. Décompositions d'une rotation en deux réflexions. Décomposition d'une translation en deux réflexions.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aucune théorie de l'orientation n'est au programme. On s'appuiera sur des exemples de la vie courante pour montrer l'insuffisance de l'orientation du plan : l'orientation d'un cercle vu d'en haut ou d'en bas, le champ électromagnétique ...</li> <li>• On étudiera des exemples d'utilisation de ces applications pour la détermination d'ensemble de points.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calculer l'aire d'un triangle, d'un parallélogramme.</li> <li>• Déterminer un vecteur normal à un plan.</li> <li>• Déterminer une équation d'un plan.</li> <li>• Démontrer que : <ul style="list-style-type: none"> <li>- des vecteurs sont colinéaires.</li> <li>- des points sont alignés.</li> <li>- des points sont coplanaires.</li> </ul> </li> <li>• Calculer la distance : <ul style="list-style-type: none"> <li>- d'un point à une droite.</li> <li>- de deux droites.</li> </ul> </li> <li>• Calculer le produit mixte de trois vecteurs.</li> <li>• Calculer le volume d'un tétraèdre d'un parallélépipède.</li> <li>• Construire le transformé d'un point par l'une de ces applications.</li> <li>• Connaître et utiliser leurs propriétés pour démontrer l'alignement, le parallélisme, l'orthogonalité et pour calculer des longueurs.</li> </ul>

Contenus	Commentaires	Compétences exigibles
<p><b>COURBES PLANES.</b></p> <p><b>I) NOTIONS DE COURBES PARAMETREES.</b>            Courbes définies en repère orthonormal par  <math>t \mapsto \overrightarrow{OM}(t)</math> avec  <math>\overrightarrow{OM}(t) = x(t) \cdot \vec{i} + y(t) \cdot \vec{j}</math>            Vecteur dérivé :            interprétation cinématique, vecteur vitesse, tangente.            Vecteur accélération ;            étude de la trajectoire ;            étude du mouvement.            Exemples : cercles ,            cycloïdes :  <math display="block">\begin{cases} x(t) = a(t - \sin t) \\ y(t) = a(t - \cos t) \end{cases}</math>           et astéroïdes :  <math display="block">\begin{cases} x(t) = a \cos^3 t \\ y(t) = a \sin^3 t \end{cases}</math></p> <p><b>II) CONIQUES.</b>            Définition par foyer et directrice :            Sommet, centre, équation cartésienne réduite.            Génération bifocale de l'ellipse et de l'hyperbole.            Équation de l'hyperbole rapportée à ses asymptotes.            Équations paramétriques.            Tangente en un point d'une conique.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• On introduira les courbes paramétrées à partir de problèmes de lieux géométriques ; aucune étude des fonctions vectorielles n'est au programme. Le vecteur dérivé est défini par ses coordonnées <math>x'(t)</math>, <math>y'(t)</math>.</li> <li>• Pour la notion de tangente, on se limitera au cas où le vecteur dérivé n'est pas nul. L'étude des branches infinies est hors programme.</li>   <li>• Pour les coniques, on fera l'étude de la ligne de niveau <math>\frac{MF}{MH} = e</math>.</li> <li>• On donnera des exemples de transformations d'un cercle en ellipse par affinité orthogonale, de tracé de lieux géométriques à l'aide d'une représentation paramétrique.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer la tangente à une courbe paramétrée. Représenter une courbe paramétrée.</li>   <li>• Déterminer une équation cartésienne ou paramétrique d'une conique.</li> <li>• Déterminer la nature et les éléments d'une conique connaissant une équation cartésienne ou paramétrique.</li> <li>• Tracer la tangente en un point d'une conique.</li> <li>• Représenter graphiquement une conique.</li> </ul>